IA : TAMBA | Cellule: Mathématiques
Lycée : Koumpentoum | Classe : $2^{nde}S$
Année : 2022-2023 | Chapitre : Vecteur et Barycentre

# SERIE D'EXERCICES

## EXERCICE 1

1. Soit ABCD un parallélogramme.

a. Construire E et F tels que $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF} = 4\overrightarrow{AD}$.

b. Démontrer que les points C, E et F sont alignés.

2. Soit ABC un triangle.

a. Construire les points D et E définis par :

$\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

b. Démontrer que les points A, D et E sont alignés.

## EXERCICE 2

Soit ABC un triangle.

a. Construire le point M, tel que $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.
b. Démontrer que $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.
c. Construire N tel que $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ en déduire que A, M et N sont alignés.

## EXERCICE 3

Soient A, B et C trois points distincts du plan.

1. Placer le point D tel que : $\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{DC} = \vec{0}$ .
2. Placer le point E tel que : $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ .
3. Montrer que ABEC est un parallélogramme.
4. Montrer que pour tout point M du plan on a : $2\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MD}$ .
5. Montrer que $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC}$ .

## EXERCICE 4

OAB est un triangle, D et C les points tels que :

$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$.

1. Démontrer que O est le milieu de [CD].

2. E et F sont les points tels que : $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}$ et $\overrightarrow{OF} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$. Démontrer que ABFE est un parallélogramme.

## EXERCICE 5

A, B, C et D sont quatre points.

1. Construire les points E et F tels que
$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$
2. Montrer que $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$

## EXERCICE 6

ABCD est un parallélogramme, I et J les points tels que :

$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ .

Soit G le point tels que : $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IJ}$

Construire la figure et montrer que les points A, C, G sont alignés.

## EXERCICE 7

Dans un triangle ABC, on considéré par M le milieu de [AB], par I celui de [MC] et K le point tel que

$\overrightarrow{CK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$

1. Montrer que $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

et $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

2. En déduire que les points A , I, K sont alignés.

## EXERCICE 8

Soit ABC un triangle non rectangle ; O le centre et r le rayon de son cercle circonscrit. A', B', C' milieux respectifs de [BC], [CA) et [AB].

1. On considère le point H défini par : $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$
2. Montrer que $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{2OA'}$ ; $\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{2BA'}$ et $\overrightarrow{CH} = \overrightarrow{2OC'}$
3. b) En déduire que : (AH) ⊥ (BC) et (BH) ⊥ (CA). Que représente alors le point H ?

## EXERCICE 9

ABCD est un parallélogramme.

1. Définir vectoriellement et placer les points I, J et K définis par :
   I= bar $\{(A,5);(B,-2)\}$ ; J= bar $\{(B,1);(C,-2)\}$ ;
   K= bar $\{(C,-5);(D,2)\}$ et L=bar $\{(D,-1);(A,2)\}$.
2. Démontrer que IJKL est un parallélogramme.

## EXERCICE 10

Soit ABC un triangle, A' le barycentre des points pondérés $(B,-1)$ et $(C,2)$ ; B' le barycentre de $(A,3)$ et $(C,2)$ et C' le barycentre de $(A,3)$ et $(B,-1)$.

1. Placer les points A', B' et C'.
2. Soit G le barycentre de $(A,3)$, $(B,-1)$ et $(C,2)$.
3. Montrer que : $3\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GA'} = 0$.
4. En déduire que G est un point de $(AA')$.
5. Montrer que les droites$(AA')$, $(BB')$ et $(CC')$ sont concourantes en G.

## EXERCICE 11

Soit ABC un triangle quelconque.

G= bar $\{(A,3);(B,3)\}$ ; E = bar $\{(B,3);(C,1)\}$

F = bar $\{(A,3);(C,1)\}$ ; I = bar $\{(A,3);(B,3);(C,1)\}$

1. Démontrer que :

A, I et E sont alignés.

B, I et F sont alignés.

C, I et G sont alignés.

2. Que peut-on en déduire pour les droites(AE), $(BF)$ et $(CG)$ ?

Soit E' = bar $\{(B,3);(C,-1)\}$.

3. Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{E'G}$ et $\overrightarrow{GF}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

4. En déduire que E', F et G sont alignés.

5. Montrer Que les droites $(EF)$ et $(AB)$ sont parallèles.

## EXERCICE 12

Soient A et B deux points tels que AB = 10cm.

1. Construire le barycentre I de $(A,2)$ et $(B,3)$ et le barycentre J de $(A,3)$ et $(B,2)$.

2. Déterminer l'ensemble des points M tels que :
   $\|2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\| = \|3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\|$

## EXERCICE 13

Soient un triangle ABC rectangle en A et tels que AB = 4 cm et A C= 6 cm.

1. Placer le point G tel que : $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, calculer AG.
2. Démontrer que G = bar $\{(A,a);(B,b);(C,c)\}$ avec a, b et c des réels à déterminer.
3. Déterminer l'ensemble Γ des points M du plan tel que : $\|-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+\ \overrightarrow{MC}\| = 10$.

Montrer que Γ passe par C et A.

## EXERCICE 14

Soit ABC un triangle équilatéral de côté a = 4cm.

Soit D le point défini par : $3\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} = \vec{0}$.

1. Exprimer D comme barycentre de A, B et C affectes de coefficients à préciser.
2. Soit I le milieu de $\overrightarrow{AC}$ .

a- Montrer que D est barycentre de B et I affectes de coefficients à préciser.

b- En déduire que D est le symétrique de G par rapport à I ( G étant le centre de gravité du triangle ABC ).

3. a) Déterminer l'ensemble $(E)$ des points M du plan tels que : $\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\| = 4\sqrt{3}$.

b- Démontrer que G appartient à $(E)$ et construire $(E)$.

## EXERCICE 15

Soient A, B et C trois points distincts ; a, b et c trois réels avec a + b + c≠ 0 et G=bar $\{(A,a);(B,b);(C,c)\}$.

1. Démontrer que les points pondérés $(A,2a+1)$, $(B,2b-2)$ et $(C,2c+1)$ admettent un barycentre qu'on appellera K.
2. a) Donner une relation vectorielle définissant k et en déduire : $a\overrightarrow{KA} + b\overrightarrow{KB} + c\overrightarrow{KC} = \frac{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}}{2}$

b) En déduire que G et K sont confondus si et seulement si B est le milieu du segment $\overrightarrow{AC}$.

**Courage pour toujours**

- Ce n'est pas parce que les choses sont difficiles que nous n'osons pas, c'est parce que nous n'osons pas qu'elles sont difficiles. SENEQUE
- La folie, c'est de faire toujours la même chose et de s'attendre à un résultat diffèrent. ALBERT EINSTEIN
- L'énergie est contagieuse. Si tu veux voler avec les aigles, tu devras arrêter de nager avec les canards. T. HARVEKER
- Pour avoir quelque chose que tu n'as jamais eu. Tu dois faire quelque chose que tu n'as jamais fait